

2018年工・情報科学・社シス科学 第4問

4  $xy$  平面上に放物線  $C: y = x^2 - 4x + 4$  がある.  $p$  を定数 (ただし,  $p > 1$ ) とし,  $x$  座標が  $p$  である  $C$  上の点を  $P$ ,  $x$  座標が  $3p - 2$  である  $C$  上の点を  $Q$  とする.  $P$  における  $C$  の接線を  $l$  とし,  $Q$  における  $C$  の接線を  $m$  とするとき, 次の問いに答えよ.

(1)  $C$  の頂点の  $x$  座標は  である.

(2)  $l$  の方程式は  $y = (\text{イ} p - \text{ウ})x - p^2 + \text{エ}$  であり,  $l$  と  $m$  が垂直になるのは,

$$p = \frac{\text{オ}}{\text{カ}} \quad \text{または} \quad \frac{\text{キク}}{\text{ケ}}$$

のときである.

(3)  $l$  と  $m$  の交点を  $R(X, Y)$  とおくと,

$$X = \text{コ} p - \text{サ}, \quad Y = \text{シ} p^2 - \text{スセ} p + \text{ソ}$$

である.  $R$  は  $p$  の値によらず, 放物線

$$y = \frac{\text{タ}}{\text{チ}} x^2 - \frac{\text{ツ}}{\text{テ}} x + \frac{\text{トナ}}{\text{ニ}}$$

上にある.

(4)  $p$  が  $\frac{\text{オ}}{\text{カ}}$  から  まで変化するとき, 線分  $PR$  が通過する部分の面積は  $\frac{\text{ヌ}}{\text{ネノ}}$  である.