2015年 スポーツ科学学部 第4問

$\boxed{4}$ 座標平面上の3点 A($\sqrt{3}$, -2), B($3\sqrt{3}$, 0), C($4\sqrt{3}$, -5) を頂点とする三角形 ABC の外心を D とする．このとき，

$$\overrightarrow{AD} = \frac{\boxed{サ}\ 1}{\boxed{シ}\ 6}\overrightarrow{AB} + \frac{\boxed{ス}\ 4}{\boxed{セ}\ 9}\overrightarrow{AC}$$

である．また，直線 AD と辺 BC の交点を E とすると，$\dfrac{BE}{EC} = \dfrac{\boxed{ソ}\ 8}{\boxed{タ}\ 3}$ である．

線分ABの垂直二等分線： $y = -\sqrt{3}(x - 2\sqrt{3}) - 1$ 　∴ $y = -\sqrt{3}x + 5$ …①

〃 BC 〃 　： $y = \frac{\sqrt{3}}{5}(x - \frac{7}{2}\sqrt{3}) - \frac{5}{2}$ 　∴ $y = \frac{\sqrt{3}}{5}x - \frac{23}{5}$ …②

①, ② より　$x = \frac{8}{\sqrt{3}}$, $y = -3$ 　∴ $D(\frac{8}{\sqrt{3}}, -3)$

∴ $\overrightarrow{AD} = (\frac{5\sqrt{3}}{3}, -1)$, $\overrightarrow{AB} = (2\sqrt{3}, 2)$, $\overrightarrow{AC} = (3\sqrt{3}, -3)$

∴ $\overrightarrow{AD} = s\overrightarrow{AB} + t\overrightarrow{AC}$ とおくと．

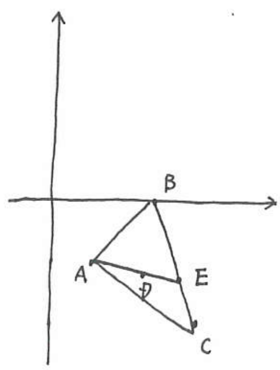
$$\begin{cases} \frac{5\sqrt{3}}{3} = 2\sqrt{3}s + 3\sqrt{3}t \iff \frac{5}{3} = 2s + 3t \cdots ① \\ -1 = 2s - 3t \cdots ② \end{cases}$$

① − ② より．$\frac{8}{3} = 6t$ 　∴ $t = \frac{4}{9}$, $s = \frac{1}{6}$ 　∴ $\underline{\overrightarrow{AD} = \frac{1}{6}\overrightarrow{AB} + \frac{4}{9}\overrightarrow{AC}}$ //

$$\overrightarrow{AD} = \frac{3}{18}\overrightarrow{AB} + \frac{8}{18}\overrightarrow{AC}$$

$$= \frac{11}{18}\left(\frac{3}{11}\overrightarrow{AB} + \frac{8}{11}\overrightarrow{AC}\right)$$

∴ $\overrightarrow{AE} = \frac{3}{11}\overrightarrow{AB} + \frac{8}{11}\overrightarrow{AC}$



∴ $BE : EC = 8 : 3$

∴ $\underline{\dfrac{BE}{EC} = \dfrac{8}{3}}$ //