

2014年数IAIIBIII型(I期)第4問



4  $y = \sqrt{x}$  で表される曲線  $C$  と、 $C$  上の点  $A(4, 2)$  が与えられている。このとき以下の問いに答えなさい。

- (1) 点  $A$  における曲線  $C$  の接線および法線の方程式を求めなさい。  
 (2) (1) で求めた法線と曲線  $C$  および  $x$  軸とで囲まれた部分の面積を求めなさい。

$$(1) y' = \frac{1}{2\sqrt{x}} \text{ より、接線は、 } y = \frac{1}{4}(x-4) + 2 \quad \therefore \underline{y = \frac{1}{4}x + 1} \text{ 〃}$$

$$\text{法線は、 } y = -4(x-4) + 2 \quad \therefore \underline{y = -4x + 18} \text{ 〃}$$

(2) 求める面積を  $S$  とすると、右図より。

$$\begin{aligned} S &= \int_0^4 \sqrt{x} \, dx + \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{9}{2} - 4\right) \cdot 2 \\ &= \left[ \frac{2}{3} x^{\frac{3}{2}} \right]_0^4 + \frac{1}{2} \\ &= \frac{16}{3} + \frac{1}{2} \\ &= \underline{\frac{35}{6}} \text{ 〃} \end{aligned}$$

