

2016年数IAIIB型(I期)第3問



3 以下の問いに答えなさい。

(1) $\int_a^x f(t) dt = x^2 + 3x + 2$ を満たす関数 $f(x)$ および a の値を求めなさい。

(2) $f(x) = x^2 + x \int_0^1 f(t) dt + 5$ を満たす関数 $f(x)$ を求めなさい。

(1) 両辺を x で微分して、 $f(x) = 2x + 3$ //

元の式に $x = a$ を代入して

$$\int_a^a f(t) dt = a^2 + 3a + 2$$

$$= 0$$

$$\therefore (a+2)(a+1) = 0 \text{ より } \underline{a = -2, -1}$$
 //

(2) $b = \int_0^1 f(t) dt$... ① とおくと b は定数で

$$f(x) = x^2 + bx + 5$$

① に代入して、

$$b = \int_0^1 t^2 + bt + 5 dt$$

$$= \left[\frac{t^3}{3} + \frac{b}{2}t^2 + 5t \right]_0^1$$

$$= \frac{1}{3} + \frac{1}{2}b + 5$$

$$\therefore \frac{b}{2} = \frac{16}{3} \quad \therefore b = \frac{32}{3}$$

よって、 $f(x) = x^2 + \frac{32}{3}x + 5$ //