



2013年 経済・人間発達科学 第1問

 数理
石井K

 1 3次関数 $f(x)$ は、次の2つの条件を満たすとする。

- (i) 関数 $f(x)$ は、 $x=1$ と $x=2$ で極値をもつ
 (ii) 整式 $f(x)$ を $x^2 - 3x + 1$ で割った余りは $-x + 2$ である。

このとき、次の問いに答えよ。

- (1) $f(x)$ を求めよ。
 (2) 方程式 $f(x) = 0$ を解け。
 (3) 関数 $f(x)$ の増減を調べ、そのグラフをかけ。

 (1) (i) より、 $f'(x) = a(x-1)(x-2)$ (a は 0 でない実数)

$$\therefore f'(x) = ax^2 - 3ax + 2a$$

$$f(x) = \frac{1}{3}ax^3 - \frac{3}{2}ax^2 + 2ax + b \quad (b \text{ は実数})$$

 右の割り算と (ii) より、 $\frac{1}{6}ax + \frac{1}{2}a + b = -x + 2$

$$\therefore a = -6, b = 5$$

$$\therefore f(x) = -2x^3 + 9x^2 - 12x + 5$$

$$(2) f(1) = -2 + 9 - 12 + 5 = 0$$

$$\therefore \text{因数定理より、} f(x) = (x-1)(-2x^2 + 7x - 5) = -(x-1)^2(2x-5)$$

$$\therefore f(x) = 0 \text{ の解は、} \underline{x=1 \text{ (重解)}, \frac{5}{2}}$$

$$(3) f'(x) = -6(x-1)(x-2)$$

 \therefore 増減表は右のようになり、

グラフは右下のようになる。

$$\begin{array}{r} \frac{1}{3}ax - \frac{1}{2}a \\ x^2 - 3x + 1 \overline{) \frac{1}{3}ax^3 - \frac{3}{2}ax^2 + 2ax + b} \\ \underline{\frac{1}{3}ax^3 - ax^2 + \frac{1}{3}ax} \\ -\frac{1}{2}ax^2 + \frac{5}{3}ax + b \\ \underline{-\frac{1}{2}ax^2 + \frac{3}{2}ax - \frac{1}{2}a} \\ \frac{1}{6}ax + \frac{1}{2}a + b \end{array}$$

x	...	1	...	2	...
$f'(x)$	-	0	+	0	-
$f(x)$	↓	0	↑	1	↓

