

2014年数IAIIB型(I期)第1問

1枚目/2枚



1 以下の各問いに答えなさい。

(1) 次の に適語を入れなさい。

整数 a と 0 でない整数 b によって、分数 $\frac{a}{b}$ の形に表すことのできる数を 有理数 といひ、表すことのできない数を 無理数 といひ、

(2) x と y についての1次不等式 $ax - 2y > 4$ と $x + by < a$ の解が一致しているとき、定数 a と b の値をそれぞれ求めなさい。(3) $x + y = 1$ のとき $x^2 + y^2$ の最小値を求めなさい。(4) $\triangle ABC$ において、 $AB = 4$ 、 $AC = 7$ 、 $\angle A = 120^\circ$ 、 $\angle A$ の2等分線と BC の交点を D とするとき、 AD の長さを求めなさい。(5) 円 $x^2 + y^2 = 2$ と直線 $y = x - 1$ の2つの交点を結ぶ線分の長さを求めなさい。(6) $x^4 - 4$ を複素数の範囲で因数分解しなさい。(2) $b = 0$ のときは条件をみたさないので、 $b > 0$ または $b < 0$ (i) $b > 0$ のとき。

$$ax - 2y > 4 \Leftrightarrow y < \frac{1}{2}ax - 2 \quad \dots \textcircled{1}$$

$$x + by < a \Leftrightarrow y < -\frac{1}{b}x + \frac{a}{b} \quad \dots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1}$ と $\textcircled{2}$ の係数を比較して、 $\frac{1}{2}a = -\frac{1}{b}$ かつ $-2 = \frac{a}{b}$

よって、 $-2 = -\frac{2}{b^2}$ したがって、 $b > 0$ より、 $b = 1$ 、このとき、 $a = -2$

(ii) $b < 0$ のとき。

$$ax - 2y > 4 \Leftrightarrow y < \frac{1}{2}ax - 2$$

$$x + by < a \Leftrightarrow y > -\frac{1}{b}x + \frac{a}{b}$$

これは不等号の向きが「あわず」不適。

(i), (ii) より、 $a = -2, b = 1$ //

$$\begin{aligned} (3) \text{ 円 } x^2 + y^2 \text{ とおくと、 } z &= x^2 + (1-x)^2 \\ &= 2x^2 - 2x + 1 \\ &= 2\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{2} \end{aligned}$$

\therefore 最小値は、 $x = y = \frac{1}{2}$ のとき、 $\frac{1}{2}$ //

2014年数IAIIB型(I期)第1問

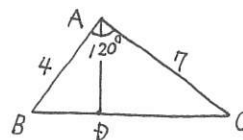
2枚目/2枚



1 以下の各問いに答えなさい。

(1) 次の に適語を入れなさい。

整数 a と 0 でない整数 b によって、分数 $\frac{a}{b}$ の形に表すことのできる数を ア といい、表すことのできない数を イ という。

(2) x と y についての1次不等式 $ax - 2y > 4$ と $x + by < a$ の解が一致しているとき、定数 a と b の値をそれぞれ求めなさい。(3) $x + y = 1$ のとき $x^2 + y^2$ の最小値を求めなさい。(4) $\triangle ABC$ において、 $AB = 4$ 、 $AC = 7$ 、 $\angle A = 120^\circ$ 、 $\angle A$ の2等分線と BC の交点を D とするとき、 AD の長さを求めなさい。(5) 円 $x^2 + y^2 = 2$ と直線 $y = x - 1$ の2つの交点を結ぶ線分の長さを求めなさい。(6) $x^4 - 4$ を複素数の範囲で因数分解しなさい。(4) $\triangle ABC$ の面積を S とおくと。

$$S = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 7 \cdot \sin 120^\circ = 7\sqrt{3}$$

一方、 $\triangle ABC = \triangle ABD + \triangle ADC$ であることから。

$$S = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot AD \cdot \sin 60^\circ + \frac{1}{2} \cdot AD \cdot 7 \cdot \sin 60^\circ = \frac{11}{4} \sqrt{3} AD$$

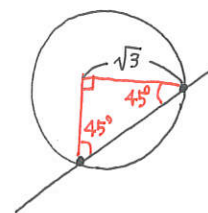
$$\therefore \frac{11}{4} \sqrt{3} AD = 7\sqrt{3} \quad \therefore AD = \frac{28}{11} //$$

(5) $x^2 + (x-1)^2 = 2$

$$\therefore 2x^2 - 2x - 1 = 0 \quad \therefore x = \frac{1 \pm \sqrt{3}}{2}$$

$$\therefore \text{交点の} x \text{座標の差は} \frac{1 + \sqrt{3}}{2} - \frac{1 - \sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$$

$$\therefore \text{右の図より} \sqrt{3} \cdot \sqrt{2} = \sqrt{6} //$$

(6) $x^4 - 4 = (x^2 - 2)(x^2 + 2)$

$$= \underline{(x - \sqrt{2})(x + \sqrt{2})(x - \sqrt{2}i)(x + \sqrt{2}i)} //$$