0002345094567999

千歳科学技術大学

2016年 数IAIIBIII型（I期） 第1問

数理 石井K

$\boxed{1}$ 以下の問いに答えなさい．

(1) 関数 $y = x^2 - 4x + 7$ で表される曲線を，原点に関して点対称に移動した曲線の方程式を $y = ax^2 + bx + c$ とするとき，a，b，c を求めなさい．

(2) $2^{2x} - 5 \cdot 2^{x+1} + 16 = 0$ の解を求めなさい．

(3) 2つのさいころAとBを同時に振るとき，出た目の数をそれぞれ a と b とする．このとき $\dfrac{b}{a}$ が整数になる確率を求めなさい．

(4) $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\left(\sqrt{n^2+6n+1} - n\right)$ の値を求めなさい．

(5) $\displaystyle\int_0^1 x\sqrt{1-x^2}\,dx$ の値を求めなさい．

(1) $-y = (-x)^2 - 4\cdot(-x) + 7$

$\therefore\ y = -x^2 - 4x - 7 \qquad \therefore\ \underline{a = -1,\ b = -4,\ c = -7}$ //

⇦ 原点に関して対称 $x \to -x$，$y \to -y$ に おきかえる！

(2) $(2^x)^2 - 10\cdot 2^x + 16 = 0$

$(2^x - 2)(2^x - 8) = 0$

$\therefore\ 2^x = 2,\ 8 \qquad \therefore\ \underline{x = 1,\ 3}$ //

(3) $(a, b) = (1,1), \cdots, (1,6), (2,2), (2,4), (2,6), (3,3), (3,6), (4,4), (5,5), (6,6)$

の14通り $\quad \therefore\ \dfrac{14}{36} = \underline{\dfrac{7}{18}}$ //

(4) $(与式) = \displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{\left(\sqrt{n^2+6n+1} - n\right)\left(\sqrt{n^2+6n+1} + n\right)}{\sqrt{n^2+6n+1} + n}$

$= \displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{6n+1}{\sqrt{n^2+6n+1} + n}$

$= \displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{6 + \underbrace{\frac{1}{n}}_{\to 0}}{\sqrt{1 + \underbrace{\frac{6}{n}}_{\to 0} + \underbrace{\frac{1}{n^2}}_{\to 0}} + 1}$

← 分子・分母を n で割った

$= \underline{3}$ //

(5) $t = 1 - x^2$ とおいて置換積分

$dt = -2x\,dx$ ，
$\begin{array}{c|c} x & 0 \to 1 \\ \hline t & 1 \to 0 \end{array}$

$\therefore\ (与式) = -\dfrac{1}{2}\displaystyle\int_1^0 \sqrt{t}\,dt$

$= \dfrac{1}{2}\displaystyle\int_0^1 \sqrt{t}\,dt$

$= \dfrac{1}{2}\left[\dfrac{2}{3}t^{\frac{3}{2}}\right]_0^1$

$= \underline{\dfrac{1}{3}}$ //