

2016年数IAIIB型(I期)第2問


 数理
石井K

2 三角関数に関する以下の問いに答えなさい。

- (1) $0 \leq x < 2\pi$ のとき $\sin^2 x - \sin^2 2x = 0$ を満たす x の値を求めなさい。
- (2) $2\sin\theta - 2\sqrt{3}\cos\theta$ を $r\sin(\theta+\alpha)$ の形に変形するとき、 r と α の値を求めなさい。なお、 $0 < r$ 、 $-\pi < \alpha \leq \pi$ とする。
- (3) $0 \leq x < 2\pi$ のとき、 $\tan x < \frac{1}{\sqrt{3}}$ を満たす x の範囲を求めなさい。

(1) $\sin 2x = 2\sin x \cos x$ (倍角の公式) より

$$\sin^2 x - (2\sin x \cos x)^2 = 0$$

$$\therefore \sin^2 x (1 - 4\cos^2 x) = 0$$

$$\therefore \sin x = 0 \text{ または } \cos x = \pm \frac{1}{2}$$

$$\therefore x = 0, \frac{\pi}{3}, \frac{2}{3}\pi, \pi, \frac{4}{3}\pi, \frac{5}{3}\pi$$

(2) $\sqrt{2^2 + (2\sqrt{3})^2} = 4$

$$\therefore (\text{与式}) = 4 \left(\sin\theta \cdot \frac{1}{2} + \cos\theta \cdot \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) \right)$$

$$= 4 \sin \left\{ \theta + \left(-\frac{\pi}{3}\right) \right\}$$

$$\therefore r = 4, \alpha = -\frac{\pi}{3}$$

(3) $\tan x = \frac{1}{\sqrt{3}}$ となるのは、 $x = \frac{\pi}{6}, \frac{7}{6}\pi$

右図より。

$$0 \leq x < \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2} < x < \frac{7}{6}\pi, \frac{3}{2}\pi < x < 2\pi$$

