



2014年工学部第2問

2 $0 < x < \pi$ で定義された関数 $f(x) = \frac{1}{\sin x}$ について、次の問いに答えよ。

- (1) $f\left(\frac{\pi}{3}\right)$ を求めよ。
- (2) $f'(x)$ と $f''(x)$ を求めよ。また、 $f''(x) > 0$ となることを示せ。これらの結果を増減表に書き、曲線 $y = f(x)$ のグラフの概形をかけ。
- (3) $0 \leq t \leq 1$ に対し、 $0 < a \leq x < \pi$ を満たす任意の a と x を考えると、

$$tf(a) + (1-t)f(x) \geq f(at + (1-t)x)$$

が成り立つことを示せ。

- (4) 三角形 ABC のそれぞれの角を A, B, C とすると $\frac{1}{\sin A} + \frac{1}{\sin B} + \frac{1}{\sin C} \geq 2\sqrt{3}$ が成り立つことを証明せよ。