0002313096867999

2016年 工学部（前期M方式）第6問

数理 石井K

6 座標空間に5点 A(1, 0, 0), B(0, 2, 0), C(0, 0, t), D(8, 4, 1), O(0, 0, 0) がある．ただし，t は正の実数とする．3点 A, B, C の定める平面と直線 OD の交点を H とする．この平面 ABC と直線 OD が直交するとき，$t=$ ［ア］ であり，$\overrightarrow{\mathrm{OH}}=\dfrac{［イ］}{［ウエ］}\overrightarrow{\mathrm{OD}}$ である．

ア 8　イ 8　ウ 8　エ 1

平面ABC ⊥ 直線OD より．$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{OD}=0$ かつ $\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{OD}=0$

$\overrightarrow{AB}=(-1,2,0)$，$\overrightarrow{AC}=(-1,0,t)$ であるから

$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{OD}=-8+8+0=0$

$\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{OD}=-8+t$

$\therefore\ -8+t=0$

$\therefore\ \underline{t=8}$ //

Hは平面ABC上の点より

$\overrightarrow{AH}=p\overrightarrow{AB}+q\overrightarrow{AC}$ と表せる

$\therefore\ \overrightarrow{AH}=(-p-q,\ 2p,\ 8q)$

$\therefore\ \overrightarrow{OH}=\overrightarrow{AH}+\overrightarrow{OA}=(1-p-q,\ 2p,\ 8q)$

$\overrightarrow{OH}=k\overrightarrow{OD}$ とおくと．$(1-p-q,\ 2p,\ 8q)=(8k,\ 4k,\ k)$

$$\therefore\ \begin{cases}1-p-q=8k\\ 2p=4k\\ 8q=k\end{cases}$$

$\therefore\ 1-2k-\dfrac{k}{8}=8k$

$\therefore\ \underline{k=\dfrac{8}{81}}$ //