



2016年工学部(前期M方式)第3問

3 $|\vec{a}| = \sqrt{2}$, $|\vec{b}| = 1$, $\vec{a} \cdot \vec{b} = \frac{1}{2}$ のとき, $|\vec{a} - 2\vec{b}| = \boxed{\text{ア}}$ であり, $|\vec{a} + t\vec{b}|$ の最小値は $\frac{\sqrt{\boxed{\text{イ}}}}{\boxed{\text{ウ}}}$ である. ただし, t は実数とする.

$$\begin{aligned} |\vec{a} - 2\vec{b}|^2 &= |\vec{a}|^2 - 4\vec{a} \cdot \vec{b} + 4|\vec{b}|^2 \\ &= 2 - 4 \cdot \frac{1}{2} + 4 \\ &= 4 \end{aligned}$$

$$\therefore \underline{|\vec{a} - 2\vec{b}| = 2}$$

$$\begin{aligned} |\vec{a} + t\vec{b}|^2 &= |\vec{a}|^2 + 2t \cdot \vec{a} \cdot \vec{b} + t^2 |\vec{b}|^2 \\ &= t^2 + t + 2 \\ &= \left(t + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{7}{4} \end{aligned}$$

$$\therefore |\vec{a} + t\vec{b}| \text{ の最小値は } \underline{\frac{\sqrt{7}}{2}}$$