岩手大学

2013年 教育学部 第2問

数理 石井K

$\boxed{2}$ 9個の自然数1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9から相異なる3つの数を無作為に選び，それらを大きい順に並び変えたものを X_1, X_2, X_3 $(X_1 > X_2 > X_3)$ とする．このとき，次の問いに答えよ．

(1) X_2 が $a\,(2 \leqq a \leqq 8)$ 以下になる確率を求めよ．

(2) X_2 が a である確率が最大となるような a，およびそのときの確率を求めよ．

(1) $X_2 = k\ (2 \leqq k \leqq 8)$ となる場合の数は．

X_1 を $k+1, k+2, \cdots, 9$ から選ぶのが $9-k$ 通り

X_3 を $1, 2, \cdots, k-1$ から選ぶのが $k-1$ 通り

であるから，$X_2 = k$ となるのは．$(k-1)(9-k)$ 通り

$\therefore$ $X_2 = k$ となる確率は．$\dfrac{(k-1)(9-k)}{{}_9C_3}$ $\cdots$ ①

$\therefore$ $X_2 \leqq a$ となる確率を $P(a)$ とすると，

$$P(a) = \sum_{k=2}^{a} \frac{(k-1)(9-k)}{{}_9C_3}$$

$k=1$ のとき0になるので

$$= \sum_{k=1}^{a} \frac{-k^2+10k-9}{84}$$

$$= \frac{1}{84}\left\{-\frac{1}{6}a(a+1)(2a+1) + 10\cdot\frac{1}{2}a(a+1) - 9a\right\}$$

$$= -\frac{1}{504}a(2a^2-27a+25)$$

$$= \underline{-\frac{1}{504}a(a-1)(2a-25)}\,_{//}$$

(2) ①より，$X_2 = a\ (2 \leqq a \leqq 8)$ となる確率 $Q(a)$ は．

$$Q(a) = \frac{1}{84}(-a^2+10a-9)$$

$$= \frac{1}{84}\left\{-(a-5)^2+16\right\}$$

$\therefore$ $\underline{a=5\ のとき，最大値\ \dfrac{4}{21}}\,_{//}$