



2013年 第6問

6 座標平面上で原点  $O$  を中心とする半径 1 の円の第 1 象限の部分をもつて  $C$  とする。曲線  $y = f(x)$  ( $0 < x < 1$ ) は第 4 象限にあり、かつすべての  $x_1$  ( $0 < x_1 < 1$ ) について、点  $(x_1, f(x_1))$  における接線が  $C$  上の点  $(x_1, y_1)$  における  $C$  の接線と直交しているとする。曲線  $y = f(x)$  上の動点を  $P$  とするとき、次の問いに答えよ。

- (1)  $f'(x)$  を求めよ。
- (2) 点  $P$  における  $y = f(x)$  の接線と  $y$  軸との交点を  $Q$  とするとき、線分  $PQ$  の長さは常に 1 であることを示せ。
- (3)  $x$  軸上と  $y$  軸上に 2 辺をもち、線分  $OP$  を対角線とする長方形の面積を  $S$  とする。点  $P$  が  $S$  を最大にする位置にあるとき、 $P$  は  $P$  における曲線の接線と座標軸が交わってできる 2 点の midpoint であることを示せ。
- (4)  $f(x)$  を求めよ。ただし、 $\lim_{x \rightarrow 1-0} f(x) = 0$  であるとする。