



2012年理工（理数選抜）第4問

4 $f(x) = \sin\left(\log \frac{1}{x}\right)$ ($0 < x \leq 1$) とおく. $f(x) = 0$ となるすべての x を, 大きい順に a_0, a_1, a_2, \dots とする. 以下の問いに答えよ.

- (1) a_n ($n = 0, 1, 2, \dots$) を求めよ.
(2) 正の定数 a, b に対し

$$\frac{d}{dx}(Ae^{-ax} \cos bx + Be^{-ax} \sin bx) = e^{-ax} \cos bx$$

を満たす定数 A, B を求め, 不定積分

$$\int e^{-ax} \cos bx dx$$

を求めよ.

- (3) $b_n = \int_{a_{n+1}}^{a_n} \{f(x)\}^2 dx$ ($n = 0, 1, 2, \dots$) を, $t = \log \frac{1}{x}$ とおくことにより求めよ.
(4) (3) で得られた数列 $\{b_n\}$ に対し, 無限級数 $\sum_{n=0}^{\infty} b_n$ の和を求めよ.