



2012年理工（一般）第3問

3 座標平面において、原点 $O(0, 0)$ を中心とする半径1の円を C_0 とし、点 $A\left(\frac{1}{2}, 0\right)$ を中心とする半径が $\frac{1}{2}$ の円を C_1 とする。以下の問いに答えよ。

- (1) 円 C_0 と内接し、円 C_1 と外接する円 D の半径を r 、中心 G の座標を (α, β) とするとき、 r を α によって表せ。
- (2) 中心 $G(\alpha, \beta)$ の軌跡の方程式を求めよ。
 以上で考察した円 D は無数にあるが、これらの円はどれも点 $B\left(\frac{1}{3}, 0\right)$ を中心とする半径 $\frac{2}{3}$ の円 C_2 と特別な位置関係にある。以下ではこのことを調べてみよう。円 D と円 C_2 の2つの交点を P, Q とする。
- (3) 直線 PQ の方程式を α, β により表せ。
- (4) 点 P の座標 (X, Y) が直線 PQ の方程式と円 C_2 の方程式を満たしていることを利用して、 $\overrightarrow{BP} \cdot \overrightarrow{GP} = 0$ を示せ。