香川大学

2012年 医学部 第4問

$\boxed{4}$ nを2以上の整数とする．集合 $X_n = \{1,\ 2,\ \cdots,\ n\}$ を2つの空集合ではない部分集合 A_n，B_n に分ける．すなわち，$A_n \cup B_n = X_n$，$A_n \cap B_n = \phi$，$A_n \neq \phi$，$B_n \neq \phi$ である．A_n に属する自然数の和を a_n，B_n に属する自然数の和を b_n とおく．例えば，$n = 5$ のとき，X_5 を $A_5 = \{1,\ 2,\ 5\}$，$B_5 = \{3,\ 4\}$ と分ければ，$a_5 = 8$，$b_5 = 7$ となる．このとき，次の問に答えよ．

(1) nが4の倍数のとき，$a_n = b_n$ となるように X_n を分けられることを示せ．

(2) $n+1$が4の倍数のときも，$a_n = b_n$ となるように X_n を分けられることを示せ．

(3) nも $n+1$ も4の倍数ではないとき，$a_n = b_n$ となるようには X_n を分けられないことを示せ．