

2016年全学群第2問

2 次の問いに答えよ。

(1) 3と5のどちらでも割り切れない1以上1000以下の整数はいくつあるか。

(2)  $\left(x^2 - \frac{1}{x}\right)^9$  の展開式における  $x^3$  の係数を求めなさい。

(1) 3で割り切れるものは、333個,

$$\begin{array}{r} 66 \\ 15 ) 1000 \\ 90 \\ \hline 100 \\ 90 \\ \hline 10 \end{array}$$

5で割り切れるものは、200個,

3でも5でも割り切れるものは、66個ある。

よって、3または5で割り切れるものは、 $333 + 200 - 66 = 467$ 個

どちらでも割り切れないものは、 $1000 - 467 = \underline{\underline{533\text{個}}}$

(2)  $(x^2)^n \cdot \left(\frac{1}{x}\right)^{9-n} = x^3$ となるれを求めると、

$$2n - (9-n) = 3 \quad \therefore 3n = 12 \quad \therefore n = 4$$

$\therefore$  2項定理より  $x^3$  の係数は

$$(x^2)^4 \cdot \left(-\frac{1}{x}\right)^5 \cdot {}_9C_4 = -126 x^3 \quad \therefore \underline{\underline{-126}}$$