



2013年第4問

4 3つの数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$, $\{c_n\}$ が

$$a_{n+1} = -b_n - c_n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

$$b_{n+1} = -c_n - a_n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

$$c_{n+1} = -a_n - b_n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

および $a_1 = a$, $b_1 = b$, $c_1 = c$ を満たすとする。ただし, a , b , c は定数とする。

- (1) $p_n = a_n + b_n + c_n$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) で与えられる数列 $\{p_n\}$ の初項から第 n 項までの和 S_n を求めよ。
- (2) 数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$, $\{c_n\}$ の一般項を求めよ。
- (3) $q_n = (-1)^n \{(a_n)^2 + (b_n)^2 + (c_n)^2\}$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) で与えられる数列 $\{q_n\}$ の初項から第 $2n$ 項までの和を T_n とする。 $a + b + c$ が奇数であれば, すべての自然数 n に対して T_n が正の奇数であることを数学的帰納法を用いて示せ。