



2012年 文系 第2問

数理  
石井

2 次の問に答えよ。

- (1) 加法定理を用いて、 $\cos 2x$  および  $\cos 3x$  を  $\cos x$  で表せ。  
 (2)  $0 \leq x < 2\pi$  のとき、関数  $f(x) = \cos 3x + \cos 2x - 2\cos x$  の最大値および最小値を求めよ。

(1)  $\cos 2x = \cos(x+x)$

$$= \cos x \cos x - \sin x \sin x$$

$$= \cos^2 x - (1 - \cos^2 x)$$

$$= 2\cos^2 x - 1$$

$\cos 3x = \cos(2x+x)$

$$= \cos 2x \cos x - \sin 2x \sin x$$

$$= (2\cos^2 x - 1)\cos x - 2\sin^2 x \cos x$$

$$= 2\cos^3 x - \cos x - 2(1 - \cos^2 x)\cos x$$

$$= 4\cos^3 x - 3\cos x$$

$\sin 2x = \sin(x+x)$

$$= \sin x \cos x + \cos x \sin x$$

$$= 2\sin x \cos x$$

}  $\cos 3x$  の計算で  
 使うので用意した

以上より、 $\cos 2x = 2\cos^2 x - 1$ 、 $\cos 3x = 4\cos^3 x - 3\cos x$  //

(2) (1)より

$$f(x) = 4\cos^3 x - 3\cos x + 2\cos^2 x - 1 - 2\cos x$$

$$= 4\cos^3 x + 2\cos^2 x - 5\cos x - 1$$

 $t = \cos x$  とおいて、 $f(x)$  を  $t$  で表したものを  $g(t)$  とすると $0 \leq x < 2\pi$  より、 $-1 \leq t \leq 1$  であり

$$g(t) = 4t^3 + 2t^2 - 5t - 1$$

$$\therefore g'(t) = 12t^2 + 4t - 5$$

$$= (2t-1)(6t+5) \quad \therefore g'(t) = 0 \text{ となるのは } t = -\frac{5}{6}, \frac{1}{2} \text{ のとき}$$

$t$	-1	...	$-\frac{5}{6}$	...	$\frac{1}{2}$	...	1
$g'(t)$		+	0	-	0	+	
$g(t)$	2	↗		↘		↗	0

$$g\left(-\frac{5}{6}\right) = 4 \cdot \left(-\frac{5}{6}\right)^3 + 2 \cdot \left(-\frac{5}{6}\right)^2 - 5 \cdot \left(-\frac{5}{6}\right) - 1 = \frac{121}{54}$$

$$g\left(\frac{1}{2}\right) = 4 \cdot \frac{1}{8} + 2 \cdot \frac{1}{4} - 5 \cdot \frac{1}{2} - 1 = -\frac{5}{2}$$

$\therefore$  最大値は  $\frac{121}{54}$ 、最小値は  $-\frac{5}{2}$  //