0001634455638999

静岡大学

2014年 理（物・化）・工・情報 第1問

数理 石井K

$\boxed{1}$ $I=\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{\cos^3 x}{\cos x+\sin x}\,dx$, $J=\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{\sin^3 x}{\cos x+\sin x}\,dx$ とする．このとき，次の問いに答えよ．

(1) $x=\dfrac{\pi}{2}-t$ とおいて置換積分法を用いることで，$I=J$ を示せ．

(2) $I+J$ の値を求めよ．

(3) I と J の値を求めよ．

(1) 置換積分する．$dx=-dt$，

x	$0\to\frac{\pi}{2}$
t	$\frac{\pi}{2}\to 0$

$$\therefore I=\int_{\frac{\pi}{2}}^{0}\frac{\cos^3(\frac{\pi}{2}-t)}{\cos(\frac{\pi}{2}-t)+\sin(\frac{\pi}{2}-t)}\cdot(-dt)$$

$$=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{\sin^3 t}{\cos t+\sin t}\,dt$$

$$=J \quad \blacksquare$$

(2)
$$I+J=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{\cos^3 x+\sin^3 x}{\cos x+\sin x}\,dx$$

$$=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{(\cos x+\sin x)(\cos^2 x-\sin x\cos x+\sin^2 x)}{\cos x+\sin x}\,dx$$

$$=\int_0^{\frac{\pi}{2}}1-\frac{1}{2}\sin 2x\,dx$$

$$=\left[x+\frac{1}{4}\cos 2x\right]_0^{\frac{\pi}{2}}$$

$$=\underline{\frac{\pi-1}{2}}\,//$$

(3) (1)(2)より．

$$\underline{I=J=\frac{\pi-1}{4}}\,//$$