



2017年教育・農・理（生物，地球）第4問

4 整数  $n$  がある整数の2乗で表されるとき， $n$  は平方数であるという．2つの平方数の和で表される整数全体の集合を  $A$  とする．たとえば， $0 = 0^2 + 0^2$  より  $0 \in A$  であり，また， $13 = 2^2 + 3^2$  より  $13 \in A$  である．このとき，次の問いに答えよ．

(1) 整数  $a, b, x, y$  に対して，等式

$$(a^2 + b^2)(x^2 + y^2) = (ax + by)^2 + (ay - bx)^2$$

が成り立つことを示せ．

(2) 2つの整数  $\alpha, \beta$  が  $A$  の要素であるとき，積  $\alpha\beta$  は  $A$  の要素であることを示せ．

(3) 25, 50, 1250 のそれぞれが  $A$  の要素であることを示せ．