

2017年第1問

1 関数  $f(\theta)$ ,  $g(\theta)$  を

$$f(\theta) = (1 + \cos \theta) \cos \theta, \quad g(\theta) = (1 + \cos \theta) \sin \theta$$

と定義する.  $xy$  平面上の曲線  $C$  が, 媒介変数  $\theta$  を用いて

$$x = f(\theta), \quad y = g(\theta) \quad (0 \leq \theta \leq \pi)$$

と表されるとき, 以下の問いに答えよ. ただし,  $f'(\theta) = \frac{dx}{d\theta}$ ,  $g'(\theta) = \frac{dy}{d\theta}$  とする.

- (1) 導関数  $f'(\theta)$  を求めよ. さらに,  $0 < \theta < \pi$  の範囲で  $f'(\theta) = 0$  となる  $\theta$  の値を求めよ.
- (2) 導関数  $g'(\theta)$  を求めよ. さらに,  $0 < \theta < \pi$  の範囲で  $g'(\theta) = 0$  となる  $\theta$  の値を求めよ.
- (3) 曲線  $C$  上の点  $P(f(\theta), g(\theta))$  と原点  $O$  の距離  $r$  を  $\cos \theta$  の式で表せ.
- (4)  $\{f'(\theta)\}^2 + \{g'(\theta)\}^2$  を  $\cos \theta$  の式で表せ.
- (5) 曲線  $C$  の長さ  $L$  を求めよ.