

2018年 第2問

2 関数 $f(x) = ax + xe^{-x}$ を考えるとき、以下の問いに答えよ。ただし、 e は自然対数の底とし、 a は定数とする。

- (1) 導関数 $f'(x)$ および第2次導関数 $f''(x)$ を求めよ。
- (2) 曲線 $y = f(x)$ の変曲点 A の x 座標 x_0 を求めよ。さらに、すべての実数 x に対して、不等式 $f'(x) > 0$ が成り立つような定数 a の条件を求めよ。

以下では、定数 a は、(2) で求めた条件をみたすとする。

- (3) 曲線 $y = f(x)$ の変曲点 $A(x_0, f(x_0))$ における接線 l の方程式を定数 a を用いて表せ。
- (4) 次の不定積分をそれぞれ求めよ。ただし、積分定数は省略してもよい。

$$I_1 = \int xe^{-x} dx, \quad I_2 = \int x^2 e^{-x} dx$$

- (5) 曲線 $y = f(x)$ 、 y 軸および接線 l で囲まれる図形を y 軸のまわりに1回転してできる立体の体積 V を求めよ。