2017 年 第 4 問

4 $a_1 = 1$ とする．n を自然数とし，実数 a_n，a_{n+1} に対して，次の

条件 (P_n)：$(a_{n+1} + a_n)(3a_{n+1} + a_n + 3)(2a_{n+1} - a_n - 3) = 0$

を考える．以下の問いに答えよ．

(1) $a_2 < 0$ のとき，条件 (P_1) をみたす実数 a_2 をすべて求めよ．

(2) $n \geqq 2$ とし，$n-1$ 個の実数 a_2，a_3，…，a_{n-1}，a_n が

$a_k > 0$ $(k = 2,\ 3,\ \cdots,\ n)$ および 条件 (P_k) $(k = 1,\ 2,\ \cdots,\ n-1)$

をすべてみたすとき，a_n を n を用いて表せ．

(3) 2 つの実数 a_n，a_{n+1} が

$-3 < a_n < 3$ および 条件 (P_n)

をみたすとき，$-3 < a_{n+1} < 3$ が成り立つことを示せ．

(4) 3 つの実数 a_n，a_{n+1}，a_{n+2} は

$0 < a_n < 3$，$a_{n+1} < 0$，$a_{n+2} > 0$ および 条件 (P_n)，(P_{n+1})

をすべてみたすとする．このとき，a_{n+2} のとりうるすべての値をそれぞれ a_n の式で表せ．

(5) 49 個の実数 a_2，a_3，…，a_{49}，a_{50} は，条件 (P_1)，(P_2)，…，(P_{49}) をすべてみたすとする．さらに，a_2，a_3，…，a_{49}，a_{50} の中に，負の実数がただひとつ含まれるとき，a_{50} の最大値を求めよ．