

2018年第3問

3  $a = 2\sqrt{3} - 3$ ,  $b = 2(\sqrt{6} - \sqrt{2})$  とする. 極座標  $(r, \theta)$  に関する極方程式

$$r = \frac{b}{1 + a \cos \theta}$$

で表された楕円  $E$  を考える. 以下の問いに答えよ.

(1) 楕円  $E$  を直交座標  $(x, y)$  で考える.

(i) 楕円  $E$  と  $y$  軸の交点で  $y$  座標が正である点  $N$  の  $y$  座標  $y_0$  を求めよ.

(ii) 楕円  $E$  と  $x$  軸の2交点を,  $x$  座標が小さいものから順に, 点  $L$ , 点  $R$  とする. 点  $L$  の  $x$  座標  $x_1$ , 点  $R$  の  $x$  座標  $x_2$  をそれぞれ求めよ.

以下の問いでは, 原点  $O$  を中心とする半径1の円を  $C$  とする. このとき, 円  $C$  の外部にある点  $P$  から円  $C$  に2本の異なる接線を引いてその接点を  $T_1$ ,  $T_2$  とするとき,  $\angle T_1 P T_2$  を点  $P$  から円  $C$  を見込む角という.(下図を参照)

ただし,  $0 < \angle T_1 P T_2 < \pi$  とする.

(2) 点  $R$  から円  $C$  を見込む角  $\alpha$  を求めよ.

(3) 楕円  $E$  上の点から円  $C$  を見込む角の最小値を  $\beta$  とするとき,  $\cos \beta$  の値を求めよ.

(4) 点  $N$  から円  $C$  を見込む角  $\gamma$  が  $\frac{\pi}{3}$  より小さいことを証明せよ.

