電気通信大学

2018年 第4問

$\boxed{4}$ a, bを定数とし，整式$f_1(x)$を$f_1(x)=ax+b$と定義する．

次に，整式$(x+1)f_1(x)$を$2x^2-3x-2$で割った余りを$f_2(x)$と定義する．さらに，整式$(x+1)f_2(x)$を$2x^2-3x-2$で割った余りを$f_3(x)$と定義する．以下，このようにして，各自然数$n=1, 2, 3, \cdots$に対して，整式$(x+1)f_n(x)$を$2x^2-3x-2$で割った余りを$f_{n+1}(x)$と定義する．このとき，整式$f_n(x)$ $(n=1, 2, 3, \cdots)$に対して，以下の問いに答えよ．

(1) 整式$f_2(x)$をa, bを用いて表せ．

(2) 各自然数$n \geqq 1$に対して，整式$f_n(x)$を$f_n(x)=a_nx+b_n$とおいて，2つの数列$\{a_n\}$, $\{b_n\}$を定める．ただし，$a_1=a$, $b_1=b$とする．

(i) a_{n+1}をa_n, b_nを用いて表せ．また，b_{n+1}をa_n, b_nを用いて表せ．

(ii) a_{n+2}をa_n, a_{n+1}を用いて表せ．

(3) 数列$\{a_n\}$の一般項をa, bを用いて表せ．

(4) 数列$\{a_n\}$が収束するための条件を，a, bを用いて表せ．

(5) 数列$\{a_n\}$が発散するとき，極限値

$$\lim_{n\to\infty}\frac{a_n}{b_n}$$

を求めよ．