2010 年 第 2 問

$\boxed{2}$ 座標平面上を運動する動点 P$(x,\ y)$ が時刻 t の関数として

$$x = t\cos\alpha, \quad y = t\sin\alpha - t^2$$

で与えられているとする．ただし，α は $0 \leqq \alpha < 2\pi$ を満たす定数とする．直線 $y = x$ を ℓ とするとき，以下の問いに答えよ．

(1) 時刻 $t = 0$ における動点 P の速度 $\overrightarrow{v}$ とその大きさ $|\overrightarrow{v}|$ を求めよ．

(2) P が直線 ℓ 上の点を通る時刻 t をすべて求めよ．

(3) 正の時刻において P が ℓ 上の点を通るための α の範囲を求めよ．

以下では，α は (3) で求めた範囲にあるとする．

(4) 正の時刻において P が通る ℓ 上の点の x 座標を求めよ．

(5) (4) で求めた ℓ 上の点の x 座標を $f(\alpha)$ とし，α を (3) で求めた範囲で変化させる．$f(\alpha)$ の最大値，最小値を求め，それらを与える α の値を求めよ．