電気通信大学

2015年第1問　1枚目／2枚

数理 石井K

1 関数

$$f(x) = x + \sin 2x \quad (0 \leqq x \leqq \pi)$$

に対して，曲線 $C : y = f(x)$ を考える．以下の問いに答えよ．

(1) 曲線 C 上の点 $\left(\dfrac{\pi}{4},\ f\left(\dfrac{\pi}{4}\right)\right)$ における C の接線 ℓ の方程式を求めよ．

(2) 関数 $f(x)$ の増減を調べ，$f(x)$ の極値を求めよ．

(3) 曲線 C，y 軸および接線 ℓ で囲まれた図形の面積 S を求めよ．

(4) 不定積分 $\displaystyle\int x \sin 2x \, dx$ を求めよ．ただし，積分定数は省略してもよい．

(5) 曲線 C，x 軸および直線 $x = \pi$ で囲まれた図形を x 軸のまわりに1回転させてできる立体の体積 V を求めよ．

(1) $f(\frac{\pi}{4}) = \frac{\pi}{4} + \sin\frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{4} + 1$

$f'(x) = 1 + 2\cos 2x \qquad \therefore f'(\frac{\pi}{4}) = 1$

$\therefore \ell : y = 1\cdot(x - \frac{\pi}{4}) + \frac{\pi}{4} + 1 \qquad \therefore \underline{\ell : y = x + 1}$ //

(2) (1)より $f'(x) = 1 + 2\cos 2x$

$\therefore f'(x) = 0$ となるのは，$\cos 2x = -\frac{1}{2}$

$0 \leqq x \leqq \pi$ より，$0 \leqq 2x \leqq 2\pi$ であるから，$2x = \frac{2}{3}\pi,\ \frac{4}{3}\pi$ 　すなわち，$x = \frac{\pi}{3},\ \frac{2}{3}\pi$

右の増減表より，

$\underline{\text{極大値は } f(\frac{\pi}{3}) = \frac{\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2}\text{，極小値は } f(\frac{2}{3}\pi) = \frac{2}{3}\pi - \frac{\sqrt{3}}{2}}$ //

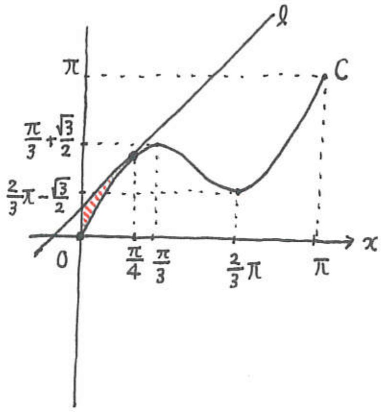
x	0	$\cdots$	$\frac{\pi}{3}$	$\cdots$	$\frac{2}{3}\pi$	$\cdots$	π
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	0	$\nearrow$	極大	$\searrow$	極小	$\nearrow$	π

(3) 右のグラフより，

$S = \int_0^{\frac{\pi}{4}} x + 1 - (x + \sin 2x)\, dx$

$= \left[x + \frac{1}{2}\cos 2x\right]_0^{\frac{\pi}{4}}$

$= \underline{\dfrac{\pi - 2}{4}}$ //



(4) $\int x \sin 2x \, dx = \int x\left(-\frac{1}{2}\cos 2x\right)' dx$

$= -\frac{x}{2}\cos 2x - \int -\frac{1}{2}\cos 2x \, dx$

$= \underline{-\frac{x}{2}\cos 2x + \frac{1}{4}\sin 2x}$ //

0002117632887999

電気通信大学

2015年 第1問　　2枚目 / 2枚

数理 石井K

$\boxed{1}$ 関数

$$f(x) = x + \sin 2x \quad (0 \leqq x \leqq \pi)$$

に対して，曲線 $C : y = f(x)$ を考える．以下の問いに答えよ．

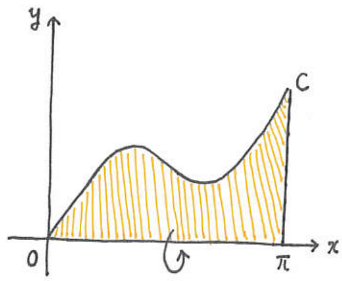
(1) 曲線 C 上の点 $\left(\dfrac{\pi}{4},\ f\left(\dfrac{\pi}{4}\right)\right)$ における C の接線 ℓ の方程式を求めよ．

(2) 関数 $f(x)$ の増減を調べ，$f(x)$ の極値を求めよ．

(3) 曲線 C，y 軸および接線 ℓ で囲まれた図形の面積 S を求めよ．

(4) 不定積分 $\displaystyle\int x\sin 2x\,dx$ を求めよ．ただし，積分定数は省略してもよい．

(5) 曲線 C，x 軸および直線 $x = \pi$ で囲まれた図形を x 軸のまわりに1回転させてできる立体の体積 V を求めよ．

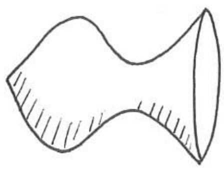


(5) $V = \pi\displaystyle\int_0^{\pi} (x + \sin 2x)^2\,dx$

$= \pi\displaystyle\int_0^{\pi} x^2 + 2x\sin 2x + \sin^2 2x\,dx$

$= \pi\displaystyle\int_0^{\pi} x^2 dx + 2\pi\int_0^{\pi} x\sin 2x\,dx + \pi\int_0^{\pi} \frac{1-\cos 4x}{2}\,dx$

$= \pi\left[\dfrac{x^3}{3}\right]_0^{\pi} + 2\pi\left[-\dfrac{x}{2}\cos 2x + \dfrac{1}{4}\sin 2x\right]_0^{\pi} + \pi\left[\dfrac{x}{2} - \dfrac{\sin 4x}{8}\right]_0^{\pi}$



$= \dfrac{1}{3}\pi^4 + 2\pi\left(-\dfrac{\pi}{2}\right) + \pi\left(\dfrac{\pi}{2}\right)$

$= \dfrac{\pi^4}{3} - \dfrac{\pi^2}{2}$

$= \underline{\pi^2\left(\dfrac{\pi^2}{3} - \dfrac{1}{2}\right)}$ //