

2018年第3問

3 $a = 2\sqrt{3} - 3$, $b = 2(\sqrt{6} - \sqrt{2})$ とする. 極座標 (r, θ) に関する極方程式

$$r = \frac{b}{1 + a \cos \theta}$$

で表された楕円 E を考える. 以下の問いに答えよ.

(1) 楕円 E を直交座標 (x, y) で考える.

(i) 楕円 E と y 軸の交点で y 座標が正である点 N の y 座標 y_0 を求めよ.

(ii) 楕円 E と x 軸の2交点を, x 座標が小さいものから順に, 点 L , 点 R とする. 点 L の x 座標 x_1 , 点 R の x 座標 x_2 をそれぞれ求めよ.

以下の問いでは, 原点 O を中心とする半径1の円を C とする. このとき, 円 C の外部にある点 P から円 C に2本の異なる接線を引いてその接点を T_1 , T_2 とするとき, $\angle T_1 P T_2$ を点 P から円 C を見込む角という.(下図を参照)

ただし, $0 < \angle T_1 P T_2 < \pi$ とする.

(2) 点 R から円 C を見込む角 α を求めよ.

(3) 楕円 E 上の点から円 C を見込む角の最小値を β とするとき, $\cos \beta$ の値を求めよ.

(4) 点 N から円 C を見込む角 γ が $\frac{\pi}{3}$ より小さいことを証明せよ.

