

2016年第4問

4 関数

$$f(x) = \frac{\log x}{\sqrt{x}} \quad (x > 0)$$

に対して、曲線  $C: y = f(x)$  を考える。以下の問いに答えよ。ただし、 $\log x$  は  $e$  を底とする自然対数を表す。

- (1) 導関数  $f'(x)$  を求めよ。さらに、 $f(x)$  の最大値とそのときの  $x$  の値  $x_0$  を求めよ。
- (2) 曲線  $C$ 、 $x$  軸および直線  $x = e$  で囲まれた図形を  $D$  とする。 $D$  の面積  $S$  を求めよ。
- (3) 図形  $D$  を  $x$  軸のまわりに 1 回転させてできる立体の体積  $V$  を求めよ。
- (4) 曲線  $C$  上の点  $(t, f(t))$  における接線  $l$  を考える。 $t > x_0$  のとき、接線  $l$  が  $x$  軸、 $y$  軸と交わる点をそれぞれ  $P$ 、 $Q$  とする。原点を  $O$  として、三角形  $OPQ$  の面積  $g(t)$  を  $t$  の式で表せ。
- (5) 極限值  $\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{g(t)}{\sqrt{t} \log t}$  を求めよ。