

2018年 第2問

2 関数  $f(x) = ax + xe^{-x}$  を考えるとき、以下の問いに答えよ。ただし、 $e$  は自然対数の底とし、 $a$  は定数とする。

- (1) 導関数  $f'(x)$  および第2次導関数  $f''(x)$  を求めよ。
- (2) 曲線  $y = f(x)$  の変曲点  $A$  の  $x$  座標  $x_0$  を求めよ。さらに、すべての実数  $x$  に対して、不等式  $f'(x) > 0$  が成り立つような定数  $a$  の条件を求めよ。

以下では、定数  $a$  は、(2) で求めた条件をみたすとする。

- (3) 曲線  $y = f(x)$  の変曲点  $A(x_0, f(x_0))$  における接線  $l$  の方程式を定数  $a$  を用いて表せ。
- (4) 次の不定積分をそれぞれ求めよ。ただし、積分定数は省略してもよい。

$$I_1 = \int xe^{-x} dx, \quad I_2 = \int x^2 e^{-x} dx$$

- (5) 曲線  $y = f(x)$ 、 $y$  軸および接線  $l$  で囲まれる図形を  $y$  軸のまわりに1回転してできる立体の体積  $V$  を求めよ。