

2018年第4問

4 a, b を定数とし, 整式 $f_1(x)$ を $f_1(x) = ax + b$ と定義する.

次に, 整式 $(x+1)f_1(x)$ を $2x^2 - 3x - 2$ で割った余りを $f_2(x)$ と定義する. さらに, 整式 $(x+1)f_2(x)$ を $2x^2 - 3x - 2$ で割った余りを $f_3(x)$ と定義する. 以下, このようにして, 各自然数 $n = 1, 2, 3, \dots$ に対して, 整式 $(x+1)f_n(x)$ を $2x^2 - 3x - 2$ で割った余りを $f_{n+1}(x)$ と定義する. このとき, 整式 $f_n(x)$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) に対して, 以下の問いに答えよ.

- (1) 整式 $f_2(x)$ を a, b を用いて表せ.
- (2) 各自然数 $n \geq 1$ に対して, 整式 $f_n(x)$ を $f_n(x) = a_n x + b_n$ において, 2つの数列 $\{a_n\}, \{b_n\}$ を定める. ただし, $a_1 = a, b_1 = b$ とする.
 - (i) a_{n+1} を a_n, b_n を用いて表せ. また, b_{n+1} を a_n, b_n を用いて表せ.
 - (ii) a_{n+2} を a_n, a_{n+1} を用いて表せ.
- (3) 数列 $\{a_n\}$ の一般項を a, b を用いて表せ.
- (4) 数列 $\{a_n\}$ が収束するための条件を, a, b を用いて表せ.
- (5) 数列 $\{a_n\}$ が発散するとき, 極限值

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{b_n}$$

を求めよ.