

2010年 第2問

2 座標平面上を運動する動点  $P(x, y)$  が時刻  $t$  の関数として

$$x = t \cos \alpha, \quad y = t \sin \alpha - t^2$$

で与えられているとする。ただし、 $\alpha$  は  $0 \leq \alpha < 2\pi$  を満たす定数とする。直線  $y = x$  を  $l$  とするとき、以下の問いに答えよ。

- (1) 時刻  $t = 0$  における動点  $P$  の速度  $\vec{v}$  とその大きさ  $|\vec{v}|$  を求めよ。
- (2)  $P$  が直線  $l$  上の点を通る時刻  $t$  をすべて求めよ。
- (3) 正の時刻において  $P$  が  $l$  上の点を通るための  $\alpha$  の範囲を求めよ。

以下では、 $\alpha$  は (3) で求めた範囲にあるとする。

- (4) 正の時刻において  $P$  が通る  $l$  上の点の  $x$  座標を求めよ。
- (5) (4) で求めた  $l$  上の点の  $x$  座標を  $f(\alpha)$  とし、 $\alpha$  を (3) で求めた範囲で変化させる。 $f(\alpha)$  の最大値、最小値を求め、それらを与える  $\alpha$  の値を求めよ。