0000158811489999

信州大学

2010年 工学部 第3問

数理 石井K

$\boxed{3}$ 方程式 $y=(\sqrt{x}-\sqrt{2})^2$ が定める曲線を C とする.

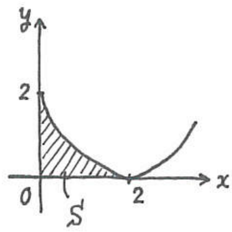
(1) 曲線 C と x 軸，y 軸で囲まれた図形の面積 S を求めよ.

(2) 曲線 C と直線 $y=2$ で囲まれた図形を，直線 $y=2$ のまわりに1回転してできる立体の体積 V を求めよ.

(1) $y=(\sqrt{x}-\sqrt{2})^2 \geqq 0$ で $y=0$ となるのは，$x=2$ のとき.

また定義域は $x \geqq 0$ で $x=0$ のとき $y=2$

よって右図より，



$$S=\int_0^2 (\sqrt{x}-\sqrt{2})^2\,dx$$

$$=\int_0^2 x-2\sqrt{2}\cdot\sqrt{x}+2\,dx$$

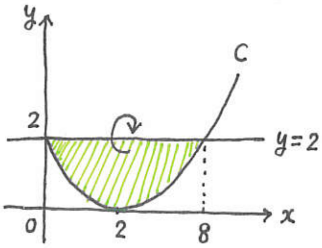
$$=\left[\frac{x^2}{2}-\frac{4}{3}\sqrt{2}\cdot x^{\frac{3}{2}}+2x\right]_0^2$$

$$=2-\frac{4}{3}\sqrt{2}\cdot 2\sqrt{2}+4$$

$$=\underline{\frac{2}{3}}\ //$$

(2) C と $y=2$ の交点の x 座標は，

$2=(\sqrt{x}-\sqrt{2})^2$ より，$\sqrt{x}-\sqrt{2}=\pm\sqrt{2}$ $\quad \therefore x=0,8$



$$\therefore V=\pi\int_0^8 \left\{2-(\sqrt{x}-\sqrt{2})^2\right\}^2 dx$$

$$=\pi\int_0^8 (-x+2\sqrt{2}\cdot\sqrt{x})^2\,dx$$

$$=\pi\int_0^8 x^2-4\sqrt{2}\,x^{\frac{3}{2}}+8x\,dx$$

$$=\pi\left[\frac{x^3}{3}-\frac{8}{5}\sqrt{2}\,x^{\frac{5}{2}}+4x^2\right]_0^8$$

$$=\pi\left(\frac{512}{3}-\frac{8}{5}\sqrt{2}\cdot 128\sqrt{2}+256\right)$$

$$=\underline{\frac{256}{15}\pi}\ //$$