



2014年理系1第3問

3 関数  $f(x) = \sin x$ ,  $g(x) = \cos x + 1$  について、以下の問いに答えよ。ただし、 $0 \leq x \leq 2\pi$  とする。

- (1) 曲線  $y = f(x)$  と  $y = g(x)$  の共有点の座標を求めよ。  
 (2) 曲線  $y = f(x)$  と  $y = g(x)$  によって囲まれる図形  $D$  の面積を求めよ。  
 (3) (2) で求めた図形  $D$  を  $x$  軸のまわりに 1 回転させてできる立体の体積を求めよ。

$$(1) \sin x - \cos x - 1 = 0$$

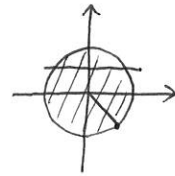
$$\therefore \sqrt{2} \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = 1$$

$$\therefore \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

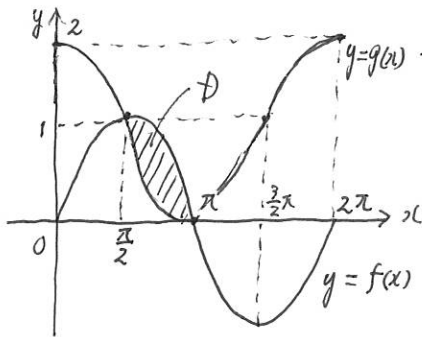
$$-\frac{\pi}{4} \leq x - \frac{\pi}{4} \leq \frac{7}{4}\pi \quad \text{より} \quad x - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4}, \frac{3}{4}\pi$$

$$y = g(x) \quad \therefore x = \frac{\pi}{2}, \pi$$

$$\therefore \text{共有点は } \left(\frac{\pi}{2}, 1\right), (\pi, 0)$$



(2)



$$\therefore D = \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \sin x - (\cos x + 1) dx$$

$$= \left[ -\cos x - \sin x - x \right]_{\frac{\pi}{2}}^{\pi}$$

$$= 1 - \pi + 1 + \frac{\pi}{2}$$

$$= \underline{2 - \frac{\pi}{2}}$$

$$(3) V = \pi \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \sin^2 x - (\cos x + 1)^2 dx$$

$$= \pi \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} -\cos 2x - 2\cos x - 1 dx$$

$$= \pi \left[ -\frac{1}{2} \sin 2x - 2\sin x - x \right]_{\frac{\pi}{2}}^{\pi}$$

$$= \pi \left( -\pi + 2 + \frac{\pi}{2} \right)$$

$$= \underline{2\pi - \frac{\pi^2}{2}}$$