



2016年教育文化（理系）第3問

3 2以上の自然数  $n$  と自然数  $a$  について，和

$$1 \cdot (1 + a) + 2 \cdot (2 + a) + \cdots + (n - 1) \cdot \{(n - 1) + a\}$$

を  $S$  とおく．このとき，次の各問に答えよ．

- (1) 6 と  $n$  が互いに素であるとき，すべての自然数  $a$  に対して， $S$  は  $n$  で割り切れることを示せ．
- (2)  $n$  を 6 で割った余りが 2 であるとき，すべての奇数  $a$  に対して， $S$  は  $n$  で割り切れることを示せ．
- (3)  $n$  を 6 で割った余りが 3 であるとき，すべての自然数  $a$  に対して， $S$  を  $n$  で割った余りを， $n$  を用いて表せ．ただし，求める余りは，0 以上  $n - 1$  以下の範囲で求めよ．