

2014年医学部第1問

1 三角形 ABC に内接する半径 R の円がある。内接円と辺 BC, CA, AB との接点をそれぞれ D, E, F とする。また $\alpha = \angle A$, $\beta = \angle B$, $\gamma = \angle C$ とする。三角形 ABC の面積を S_1 , 三角形 DEF の面積を S_2 とする。

(1) S_1 を R , $\tan \frac{\alpha}{2}$, $\tan \frac{\beta}{2}$, $\tan \frac{\gamma}{2}$ を用いて表せ。

(2) S_2 を R , $\cos \frac{\alpha}{2}$, $\cos \frac{\beta}{2}$, $\cos \frac{\gamma}{2}$ を用いて表せ。

以後 $\gamma = \frac{\pi}{2}$ とする。

(3) $\frac{S_2}{S_1}$ を $\sin \alpha$ と $\cos \alpha$ を用いて表せ。

(4) $\frac{S_2}{S_1}$ の最大値を求めよ。