



2014年医学部第2問

2 1から $2n$ までの偶数の平方の和を a_n , 奇数の平方の和を b_n とする. すなわち

$$a_n = 2^2 + 4^2 + \cdots + (2n)^2, \quad b_n = 1^2 + 3^2 + \cdots + (2n-1)^2$$

である. なお, 1から n までの自然数の平方の和については

$$1^2 + 2^2 + \cdots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

が成り立つ. 次の問いに答えよ.

- (1) 偶数の平方の和 $2^2 + 4^2 + \cdots + 20^2$ と奇数の平方の和 $1^2 + 3^2 + \cdots + 19^2$ を求めよ.
- (2) a_n と b_n を求めよ.
- (3) $\frac{1}{a_n} - \frac{3}{2n(2n+1)}$ および $\frac{1}{b_n} + \frac{3}{2n(2n+1)}$ を計算せよ.
- (4) $c_n = \frac{1}{a_n} + \frac{1}{b_n}$ とするとき, $S_n = c_1 + c_2 + \cdots + c_n$ を求めよ.