

2012年 第1問

1  $a$  を正の定数とし、 $xy$  平面上の曲線  $C$  の方程式を  $y = x^3 - a^2x$  とする。

- (1)  $C$  上の点  $A(t, t^3 - a^2t)$  における  $C$  の接線を  $l$  とする。  $l$  と  $C$  で囲まれた図形の面積  $S(t)$  を求めよ。ただし、 $t$  は  $0$  でないとする。
- (2)  $b$  を実数とする。  $C$  の接線のうち  $xy$  平面上の点  $B(2a, b)$  を通るものの本数を求めよ。
- (3)  $C$  の接線のうち点  $B(2a, b)$  を通るものが  $2$  本の場合を考え、それらの接線を  $l_1, l_2$  とする。ただし、 $l_1$  と  $l_2$  はどちらも原点  $(0, 0)$  を通らないとする。  $l_1$  と  $C$  で囲まれた図形の面積を  $S_1$  とし、  $l_2$  と  $C$  で囲まれた図形の面積を  $S_2$  とする。  $S_1 \geq S_2$  として、  $\frac{S_1}{S_2}$  の値を求めよ。