

2011年工学域(中期)第4問

4 行列  $A$  を  $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$  とし, また, 行列  $B$  を

$$B = A + t \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

とする. ただし,  $t$  は 0 でない実数とする. このとき, 次の問いに答えよ.

- (1)  $A \begin{pmatrix} x_1 \\ 1 \end{pmatrix} = k_1 \begin{pmatrix} x_1 \\ 1 \end{pmatrix}$  を満たす実数  $k_1$  および  $x_1$  の値を求めよ.
- (2)  $B \begin{pmatrix} x_2 \\ 1 \end{pmatrix} = k_2 \begin{pmatrix} x_2 \\ 1 \end{pmatrix}$  を満たす実数  $k_2$  および  $x_2$  を  $t$  を用いて表せ. ただし,  $k_2$  は (1) で求めた  $k_1$  とは異なるものとする.
- (3)  $n$  を自然数とする. (1) で求めた  $x_1$  と (2) で求めた  $x_2$  に対して,  $B^n \begin{pmatrix} x_1 & x_2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$  を  $t$  と  $n$  を用いて表せ.
- (4) 自然数  $n$  に対して,  $B^n$  の (1, 1) 成分を  $b_n(t)$  とするとき,  $\lim_{t \rightarrow 0} b_n(t)$  を  $n$  を用いて表せ.