



2012年医(医)第4問

4 3以上の自然数 n に対して

$$S_n = \sum_{k=3}^n \frac{\log k}{k} \quad (n = 3, 4, 5, \dots)$$

とおいて数列 $\{S_n\}$ を定める。次の問いに答えよ。

- (1) 関数 $y = \frac{\log x}{x}$ ($x > 0$) の増減と極値を調べよ。
- (2) 4以上の自然数 n に対して不等式

$$S_n - \frac{\log 3}{3} \leq \int_3^n \frac{\log x}{x} dx \leq S_{n-1}$$

が成り立つことを示せ。

- (3) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S_n}{(\log n)^2}$ を求めよ。