

2011 年 初 等 教 育 第 2 問

2 次 の 問 い に 答 え よ .

(1) 数列  $\{a_n\}$  において,  $a_n$  は 小 数 第 1 位 から 小 数 第  $n$  位 までの数字が 0 で 小 数 第  $(n+1)$  位 から 小 数 第  $2n$  位 までの数字が 9 であり, 小 数 第  $(2n+1)$  位 以 降 の 数字 が 0 である実数とする. ただし,  $0 < a_n < 1$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ) とする. また, 数列  $\{b_n\}$  を,  $b_n = 10^n a_n$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ) で定める.

(i)  $b_1, b_2, b_3$  を求め, 数列  $\{b_n\}$  の一般項を求めよ.

(ii)  $s_n = \sum_{k=1}^n a_k$  とおく.  $s_n$  を求めよ.

(iii)  $\lim_{n \rightarrow \infty} s_n$  を求めよ.

(2) 当たりくじが  $k$  本入っている  $n$  本のくじがある. ただし,  $n \geq 2$  とする. この中から 2 本のくじを同時に引く.

(i) 少なくとも 1 本当たる確率を,  $n$  および  $k$  で表せ.

(ii)  $n = 21$  のとき, 少なくとも 1 本当たる確率が  $\frac{1}{2}$  以上となる最小の  $k$  を求めよ.

(iii)  $n = 21$  のとき, 2 本とも当たる確率が  $\frac{1}{2}$  以下となる最大の  $k$  を求めよ.