岐阜薬科大学

2014年 薬学部 第2問

$\boxed{2}$ 異なるn個の整数1, 2, 3, …, nの中から重複を許して2個の整数を選び，すべての組合せについて，2数の和および積をたし合わせたものをそれぞれ$S(n)$, $T(n)$とする．$n \geqq 2$であるとき，次の問いに答えよ．

(1) $S(3)$, $T(3)$を求めよ．

(2) $S(n)$, $T(n)$をnの式で表せ．

(1) $S(3) = (1+1)+(1+2)+(1+3)+(2+3)+(2+2)+(3+3)$

$= \underline{24}$ //

$T(3) = 1\cdot1 + 1\cdot2 + 1\cdot3 + 2\cdot3 + 2\cdot2 + 3\cdot3$

$= \underline{25}$ //

(2) ● $S(n)$について．

・選んだ2つが異なるものは ${}_nC_2 = \dfrac{n(n-1)}{2}$ コあり．

そのうち，数iを含むものは，$n-1$コである．

$(1 \leqq i \leqq n)$

・選んだ2つが同じ数字のものはnコあり，数iを含むものは1つである

$$\therefore S(n) = \sum_{i=1}^{n}(n-1)i + \sum_{i=1}^{n} 2i$$

$$= \underline{\frac{n(n+1)^2}{2}} \text{ //}$$

● $T(n)$について．

$$T(n) = \frac{1}{2}(1+2+3+\cdots+n)^2 + \frac{1}{2}(1^2+2^2+3^2+\cdots+n^2)$$

$$= \frac{1}{2}\left(\sum_{k=1}^{n} k\right)^2 + \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{n} k^2$$

$$= \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{4}\cdot n^2(n+1)^2 + \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{6}n(n+1)(2n+1)$$

$$= \underline{\frac{1}{24}n(n+1)(n+2)(3n+1)} \text{ //}$$