

2016年 教育学部 第6問

 数理
石井K

6 次の各問いに答えよ。

- (1) 1個のさいころを10回投げるとき、1または2の目が出る回数 X の期待値 $E(X)$ と標準偏差 $\sigma(X)$ を求めよ。
- (2) 確率変数 X の確率密度関数が $f(x) = \frac{2}{25}x$ ($0 \leq x \leq 5$) で与えられているとき、 X の期待値 $E(X)$ と分散 $V(X)$ を求めよ。
- (3) 2つの事象 A, B について、 A と B が独立なら \bar{A} と B も独立であることを示せ。ただし \bar{A} は A の余事象を表す。

(1) X は二項分布 $B(10, \frac{1}{3})$ にしたがう

$$\therefore E(X) = 10 \cdot \frac{1}{3} = \underline{\underline{\frac{10}{3}}}$$

$$\{\sigma(X)\}^2 = 10 \cdot \frac{1}{3} \cdot (1 - \frac{1}{3}) = \frac{20}{9} \quad \therefore \sigma(X) = \underline{\underline{\frac{2\sqrt{5}}{3}}}$$

$$\begin{array}{lcl}
 (2) E(X) = \int_0^5 x f(x) dx & \vdots & E(X^2) = \int_0^5 x^2 f(x) dx \\
 = \int_0^5 \frac{2}{25} x^2 dx & \vdots & = \int_0^5 \frac{2}{25} x^3 dx \\
 = \left[\frac{2}{75} x^3 \right]_0^5 & \vdots & = \left[\frac{1}{50} x^4 \right]_0^5 \\
 = \underline{\underline{\frac{10}{3}}} & \vdots & = \underline{\underline{\frac{25}{2}}}
 \end{array}$$

$$\begin{aligned}
 \therefore V(X) &= E(X^2) - \{E(X)\}^2 \\
 &= \frac{25}{2} - \left(\frac{10}{3}\right)^2 \\
 &= \underline{\underline{\frac{25}{18}}}
 \end{aligned}$$

(3) A と B が独立であるから、 $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) \cdots \textcircled{1}$

$$\begin{aligned}
 P(\bar{A} \cap B) &= P(B) - P(A \cap B) \\
 &= P(B) - P(A) \cdot P(B) \quad (\because \textcircled{1} \text{より}) \\
 &= (1 - P(A)) \cdot P(B) \\
 &= P(\bar{A}) \cdot P(B)
 \end{aligned}$$

 $\therefore \bar{A}$ と B も独立である \square