

2015年医学部第1問

1 次の問いに答えなさい。

(1) 定数 a を正の実数とする。関数

$$f(\theta) = 4\sin 2\theta + 6\cos^2 \theta + 4a(\sin \theta + 2\cos \theta) + a^2 + 1$$

の $0 \leq \theta \leq \pi$ における最大値を M 、最小値を m とする。

$t = \sin \theta + 2\cos \theta$ とおく。 $f(\theta)$ を t を用いて表すと

$$f(\theta) = \boxed{\text{ア}} t^2 + 4at + a^2 - \boxed{\text{イ}}$$

である。

$$M = a^2 + \boxed{\text{ウ}} \sqrt{\boxed{\text{エ}}} a + \boxed{\text{オ}} \text{ であり、これを与える } \theta \text{ の値を } \theta_0 \text{ とすると、} \tan \theta_0 = \frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}}$$

である。

また、 $M - m = 14$ となる a の値は、 $a = \sqrt{\boxed{\text{ク}}} - \sqrt{\boxed{\text{ケ}}}$ である。

(2) 定数 m を正の整数とする。

xy 平面上に 2 点 $A(21, 0)$ 、 $B(0, m)$ がある。点 $(1, 0)$ と直線 AB との距離を d とすると

$$d = \frac{\boxed{\text{コサ}} m}{\sqrt{m^2 + \boxed{\text{シスセ}}}}$$

である。

d が有理数となるような m の値は全部で $\boxed{\text{ソ}}$ 個あり、そのうち m の値が最大のものは $m = \boxed{\text{タチツ}}$ である。

また、 d が整数となるとき、 $m = \boxed{\text{テト}}$ 、 $d = \boxed{\text{ナニ}}$ である。