

2012年 第4問

4 箱の中に1から9までの異なる整数が1つずつ書かれたカードが9枚入っている。「箱からカードを1枚引き、カードに書かれた整数を記録して箱の中に戻す」という操作を3回繰り返す。記録された3つの整数の最小値を m 、最大値を M とする。次の問いに答えよ。

- (1) $m = M$ となる確率を求めよ。
 (2) $5 < m$ となる確率および $M < 5$ となる確率を求めよ。
 (3) $m \leq 5 \leq M$ となる確率を求めよ。

(1) $m = M \Leftrightarrow$ 3枚とも同じ数字

$$\therefore \frac{9}{9^3} = \frac{1}{81} //$$

(2) $5 < m \Leftrightarrow$ 3枚とも 6以上の数字

$$\therefore \frac{4^3}{9^3} = \frac{64}{729} //$$

6, 7, 8, 9

$M < 5 \Leftrightarrow$ 3枚とも 4以下の数字

$$\therefore \frac{4^3}{9^3} = \frac{64}{729} //$$

1, 2, 3, 4

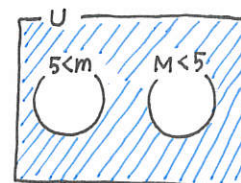
(3) $5 < m$ と $M < 5$ は同時には成り立たないので

右の図のようになる。

また、斜線部分は、 $m \leq 5$ か $5 \leq M$

すなわち、 $m \leq 5 \leq M$ を表している。

よって、余事象より、



$$P(m \leq 5 \leq M) = 1 - P(5 < m) - P(M < 5)$$

$$= 1 - \frac{64}{729} - \frac{64}{729} \quad (\because (2) \text{より})$$

$$= \frac{601}{729} //$$