



2010年医学部第4問

4  $p$  を 0 でない実数とし、行列  $A, B$  をそれぞれ次のように定める。このとき、以下の問いに答えよ。

$$A = \begin{pmatrix} p - \frac{1}{p} & 1 \\ 2 & -p \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{p} & -1 \end{pmatrix}$$

- (1) 等式  $A^{-1} = aA + bE$  が成り立つ定数  $a, b$  を  $p$  で表せ。ただし、 $E$  は 2 次の単位行列である。  
 (2)  $AB = C$  とおく。  $E + C$  の逆行列が存在することを示し、さらに自然数  $m$  に対して等式

$$E - C + C^2 - C^3 + \dots - C^{2m-1} = (E - C^{2m})(E + C)^{-1}$$

が成り立つことを示せ。

- (3)  $p = \sqrt{3}$  とし、自然数  $n$  に対し  $D_n = E - C + C^2 - C^3 + \dots - C^{6n-1}$  とおく。行列  $D_n$  の表す 1 次変換により点  $(2, 3)$  が点  $(x_n, y_n)$  に移されるとする。  $x_n$  および  $\frac{y_n}{x_n}$  を求めよ。