

2013年工学部第2問

2 2つの曲線

$$y = \cos^2 x \left(-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2} \right) \quad \text{と} \quad y = \sin^2 x \left(-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2} \right)$$

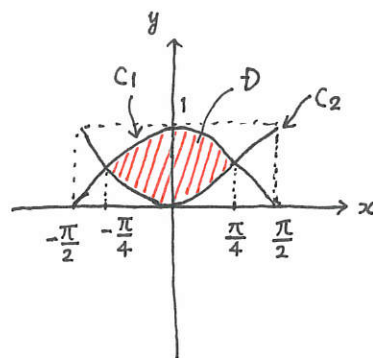
を、それぞれ C_1 と C_2 とする。

- (1) C_1 と C_2 の2つの交点の座標を求めよ。
- (2) C_1 と C_2 で囲まれた部分 D の面積を求めよ。
- (3) D を x 軸の周りに1回転させてできる立体の体積を求めよ。

$$(1) \cos^2 x - \sin^2 x = 0 \quad \left(-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2} \right)$$

$$\therefore \cos 2x = 0$$

$$\therefore x = \pm \frac{\pi}{4} \quad \therefore \underline{\text{交点は } \left(\frac{\pi}{4}, \frac{1}{2} \right), \left(-\frac{\pi}{4}, \frac{1}{2} \right)}$$



$$(2) \mathcal{D} = \int_{-\pi/4}^{\pi/4} \cos^2 x - \sin^2 x \, dx$$

$$= \int_{-\pi/4}^{\pi/4} \cos 2x \, dx$$

$$= \left[\frac{1}{2} \sin 2x \right]_{-\pi/4}^{\pi/4}$$

$$= \underline{1}$$

$$(3) V = \pi \int_{-\pi/4}^{\pi/4} (\cos^2 x)^2 - (\sin^2 x)^2 \, dx$$

$$= \pi \int_{-\pi/4}^{\pi/4} \underbrace{(\cos^2 x + \sin^2 x)}_{=1} (\cos^2 x - \sin^2 x) \, dx$$

$$= \pi \left[\frac{1}{2} \sin 2x \right]_{-\pi/4}^{\pi/4}$$

$$= \underline{\pi}$$