

2014年 文学部・経済学部 第3問

3 平面上で鋭角三角形 $\triangle ABC$ の外側に、 AB および AC を1辺とする正方形 $ABFG$, $ACDE$ をつくる。ただし、 $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{AG}|$, $|\overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{AE}|$ とする。線分 EG の中点を M , 点 C から AB に下ろした垂線の足を H , 直線 AM と CH の交点を P とする。 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{b}$ とおき、 $|\vec{a}| = 1$, $|\vec{b}| = t$, $\angle CAB = \theta$ とする。以下の問いに答えよ。

- (1) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ を t, θ を用いて表せ。
- (2) \overrightarrow{HC} を $\vec{a}, \vec{b}, t, \theta$ を用いて表せ。
- (3) 直線 AM と直線 BC が直交することを示せ。
- (4) $\overrightarrow{AG}, \overrightarrow{AE}$ をそれぞれ $\vec{a}, \vec{b}, t, \theta$ を用いて表せ。
- (5) \overrightarrow{AP} を $\vec{a}, \vec{b}, t, \theta$ を用いて表せ。
- (6) $\overrightarrow{BP} \cdot \overrightarrow{AC}$ を求めよ。