

2015年 理系全学部日程 第2問

2  $\alpha$ は  $0 < \alpha < \pi$  を満たす実数,  $n, k$  は正整数として, 次の問いに答えよ.

(1)  $\sin \frac{\alpha}{2n} \sin \frac{k\alpha}{n}$  を  $\cos \frac{(2k-1)\alpha}{2n}$  と  $\cos \frac{(2k+1)\alpha}{2n}$  を用いて表せ.

(2)  $\sum_{k=1}^n \sin \frac{k\alpha}{n}$  と極限值  $\lim_{n \rightarrow \infty} n \sin \frac{\alpha}{2n}$  を求めよ.

(3) 極限值  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{1}{n} \sin \frac{k\alpha}{n}$  を求めよ.